



ESERCIZI PROPOSTI

1. Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbf{N}: 5 < x < 10\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z}: 1 \leq x^2 \leq 25\}$, $C = \{x \in \mathbf{N}: x + 3 = 12\}$, determinare:

- $A \cup B$ [R. $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, 6, 7, 8, 9\}$]
- $A \cap B$ [R. \emptyset]
- $A \setminus C$ [R. $\{6, 7, 8\}$]
- $(A \cup B) \cap C$ [R. $\{9\}$]
- $A \cup (B \cap C)$ [R. A]

2. Sia $A = \{1, 3, 5, 7, 11\}$ e $B = \{x \in \mathbf{N}: x \text{ è un numero primo}\}$. Dire se $A \subset B$ e determinare:

- $A \cup B$ [R. B]
- $A \cap B$ [R. A]
- $B \setminus A$ [R. $\{x \in \mathbf{N}: x > 11 \text{ e } x \text{ è primo}\}$]

3. Dati gli insiemi $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{a, b\}$, determinare:

- $A \times A$ [R. $\{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$]
- $A \times B$ [R. $\{(2, a), (2, b), (3, a), (3, b), (4, a), (4, b)\}$]
- $B \times A$ [R. $\{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (b, 2), (b, 3), (b, 4)\}$]
- $B \times B$ [R. $\{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b)\}$]



4. Determinare l'insieme delle parti dell'insieme $A = \{a, b, c, d\}$.

$$\left[\text{R. } \wp(A) = \left\{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, A \right\} \right]$$

5. Determinare:

• $[-2, 3] \cap [1, 6]$

[R. $[1, 3]$]

• $(-\infty, 5) \cup [5, 7)$

[R. $(-\infty, 7)$]

• $(-9, 3) \cap [-9, 4)$

[R. $(-9, 3)$]

6. Esprimere come unione di intervalli i seguenti insiemi:

• $\mathbf{R} - (0, 6]$

[R. $(-\infty, 0] \cup (6, +\infty)$]

• $\mathbf{R} - \{1\}$

[R. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$]

• $\mathbf{R} - \{1, 2\}$

[R. $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$]

• $\mathbf{R} - [1, 3]$

[R. $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$]

7. Trovare l'equazione della retta congiungente i seguenti punti:

• A(1, 2) B(3, 5)

[R. $3x - 2y + 1 = 0$]

• A(1, -2) B(-3, -4)

[R. $x - 2y - 5 = 0$]

• A(3, 4) B(3, -7)

[R. $x - 3 = 0$]



8. Trovare l'equazione della retta passante per il punto $P(-1,5)$ e perpendicolare alla retta di equazione $y = -x + 7$.

[R. $y = x + 6$]

9. Trovare l'equazione della retta passante per il punto $P(2,1)$ e parallela alla retta di equazione $x - 2y + 7 = 0$.

[R. $x - 2y = 0$]

10. Dati i punti $A(3,5)$, $B(1,-2)$, $C(-2,4)$, determinare il perimetro e l'area del triangolo ABC.

[R. $2p = \sqrt{26} + \sqrt{53} + 3\sqrt{5}$, $Area = 33/2$]

11. Determinare il baricentro G (punto di incontro delle mediane) del triangolo avente i vertici nei punti $A(1,2)$, $B(3,3)$, $C(-1,4)$.

[R. $G = (1,3)$]

12. Determinare centro C e raggio r delle seguenti circonferenze:

• $x^2 + y^2 = 49$

[R. $C = (0,0)$, $r = 7$]

• $x^2 + y^2 - 6x = 0$

[R. $C = (3,0)$, $r = 3$]

• $x^2 + y^2 - 6x + y + 3 = 0$

[R. $C = (3, -1/2)$, $r = 5/2$]

• $3x^2 + 3y^2 - 8x + 6y - 1 = 0$

[R. $C = (4/3, -1)$, $r = 2\sqrt{7}/3$]

• $2x^2 + 2y^2 + x + y - 1 = 0$

[R. $C = (-1/4, -1/4)$, $r = \sqrt{5}/2$]



13. Scrivere l'equazione della circonferenza che soddisfa alle seguenti condizioni:

- Passa per il punto $P(1,2)$ e ha centro $C = (-1,3)$. $\left[\mathbf{R.} \ x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0 \right]$
- Passa per i punti $P_1(4,-1)$, $P_2(-3,-2)$, $P_3(1,2)$. $\left[\mathbf{R.} \ x^2 + y^2 - x + 3y - 10 = 0 \right]$
- Ha centro nel punto $C(1,-2)$ ed è tangente alla retta di equazione $y = -x + 4$. $\left[\mathbf{R.} \ 2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y - 15 = 0 \right]$
- Passa per i punti $P_1(-1,2)$, $P_2(3,3)$ ed ha il centro sulla retta di equazione $y = 2x$ $\left[\mathbf{R.} \ 6x^2 + 6y^2 - 13x - 26y + 9 = 0 \right]$

14. Determinare i semiassi ed i fuochi delle seguenti ellissi:

- $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\left[\mathbf{R.} \ a = 5, b = 4, \text{Fuochi} (0, \pm 3) \right]$
- $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\left[\mathbf{R.} \ a = 3, b = 2, \text{Fuochi} (\pm\sqrt{5}, 0) \right]$
- $9x^2 + y^2 - 1 = 0$ $\left[\mathbf{R.} \ a = 1, b = 1/3, \text{Fuochi} (0, \pm 2\sqrt{2}/3) \right]$
- $x^2 + 4y^2 - 4 = 0$ $\left[\mathbf{R.} \ a = 2, b = 1, \text{Fuochi} (\pm\sqrt{3}, 0) \right]$
- $4x^2 + 3y^2 - 12 = 0$ $\left[\mathbf{R.} \ a = 2, b = \sqrt{3}, \text{Fuochi} (0, \pm 1) \right]$



15. Scrivere l'equazione dell'ellisse che soddisfa alle seguenti condizioni:

- Ha due vertici nei punti $(\pm 5, 0)$ ed i fuochi nei punti $(\pm 4, 0)$. $\left[\mathbf{R.} \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \right]$
- Ha centro nell'origine degli assi, fuochi sull'asse x , ha l'asse minore lungo 2 e passa per il punto $P(9/2, 1)$. $\left[\mathbf{R.} \frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{4} = 1 \right]$

16. Determinare i vertici, i fuochi e gli asintoti delle seguenti iperboli:

- $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$ $\left[\mathbf{R.} V(\pm 6, 0), F(\pm \sqrt{61}, 0), y = \pm \frac{5}{6}x \right]$
- $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ $\left[\mathbf{R.} V(\pm 2, 0), F(\pm \sqrt{13}, 0), y = \pm \frac{3}{2}x \right]$
- $9x^2 - 4y^2 = -36$ $\left[\mathbf{R.} V(0, \pm 3), F(0, \pm \sqrt{13}), y = \pm \frac{3}{2}x \right]$

17. Scrivere l'equazione dell'iperbole, con i fuochi sull'asse x , passante per il punto $P(3, 2)$ ed avente per asintoti le rette $2x + y = 0$ e $2x - y = 0$. $\left[\mathbf{R.} 4x^2 - y^2 = 32 \right]$



18. Determinare fuoco e direttrice delle seguenti parabole:

- $y = 2x^2$ $[\mathbf{R.} \ F(0, 1/8), \ d: y = -1/8]$
- $2y = -x^2$ $[\mathbf{R.} \ F(0, -1/2), \ d: y = 1/2]$
- $3x = 2y^2$ $[\mathbf{R.} \ F(3/8, 0), \ d: x = -3/8]$
- $3y^2 = 2x$ $[\mathbf{R.} \ F(1/6, 0), \ d: x = -1/6]$